

Analyse des vibrations d'un engrenage : cepstre, corrélation, spectre

Toothed gearing vibrations analysis : cepstrum, correlation, spectrum



Cécile CAPDESSUS

CEPHAG - ENSIEG - BP 46
38402 Saint-Martin-d'Hères, France

1989 : DEA de traitement du signal à l'INPG à Grenoble.
Diplôme d'ingénieur de l'École Nationale Supérieure d'Ingénieurs
Électriciens de Grenoble, option traitement du signal.

Effectue actuellement une thèse de l'INPG au laboratoire CEPHAG, à
Grenoble, sur le diagnostic des machines tournantes par traitement
du signal.



Menad SIDAHMED

CETIM, 52 avenue F. Louat
BP 67 - 60304 Senlis Cedex

Menad SIDAHMED, Ingénieur (Télécom - Paris), Docteur Ingénieur, est
au sein du service Machines, Responsable de l'activité « Vibrations,
Maintenance Conditionnelle ». Domaines d'intérêt : Traitement du
signal en mécanique, Maintenance conditionnelle et prédictive,
surveillance des machines, méthodes de diagnostic automatique.

RÉSUMÉ

Cet article présente une application de l'analyse par le cepstre à l'étude des vibrations d'un engrenage. Une modélisation des signaux d'engrenage est utilisée pour détailler l'action du cepstre et la comparer avec celle de l'autocorrélation. Le lien entre la résolution du cepstre et les caractéristiques du signal est mis en évidence.

MOTS-CLÉS

Réducteur, vibrations, modulations, cepstre, détection, résolution, diagnostic.

SUMMARY

This paper presents the application of cepstral analysis to the vibrations of a toothed gearing. The signal is modeled as an amplitude modulated oscillation and the effect of cepstrum is detailed. Cepstrum and autocorrelation are compared and the resolution of cepstrum is discussed.

KEY WORDS

Gear, vibrations, modulations, cepstrum, detection, resolution, diagnosis.

Introduction

L'analyse par le cepstre présente des propriétés qui la rendent particulièrement adaptée à l'étude des vibrations d'engrenage. En effet, le cepstre a la propriété de transformer un produit de convolution en somme, ce qui peut permettre de séparer la vibration produite par la source étudiée du filtrage qu'elle subit entre la source et le capteur, lorsque leurs bandes fréquentielles sont différentes. Outre cette propriété dont l'intérêt est valable pour tout enregistrement de vibrations de machines, le cepstre se révèle extrêmement utile pour l'étude de signaux présentant des modulations. Or, les vibrations que produit un engrenage sont par nature composées d'un signal de base produit par le signal d'engrènement et de modulations liées aux phénomènes plus lents, en particulier à la rotation des roues. L'apparition d'un défaut se trouvant souvent liée à ces phénomènes lents, l'observation de ces modulations, et surtout de leurs variations, peut donner des renseignements sur l'état d'usure de l'engrenage. L'objet de cet article est l'application de l'analyse par le cepstre à l'étude des vibrations d'un engrenage dont la particularité est que les deux phénomènes de modulations produits par les deux roues qui le composent ont des fréquences extrêmement proches l'une de l'autre, et de ce fait, sont totalement confondus dans le spectre. Après avoir montré comment le cepstre permet de détecter la présence de ces deux modulations et de quelle façon on peut interpréter son aspect à des fins de diagnostic, nous mettons en évidence l'importance du rôle que joue la proportionnalité entre les fréquences de base et de modulation dans la capacité du cepstre à séparer les modulations.

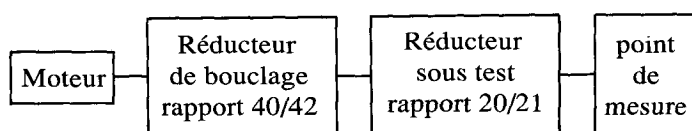
1. Position du problème. Aspect des vibrations produites par un engrenage. Modélisation adoptée [1]

1.1. POSITION DU PROBLÈME

Le dispositif d'enregistrement est le suivant :

Les vibrations ⁽¹⁾ d'engrenage sur lesquelles nous avons travaillé nous ont été fournies par le C.E.T.I.M. Elles ont été enregistrées dans les conditions suivantes :

Dispositif d'enregistrement :



⁽¹⁾ Ces signaux ont été fournis à plusieurs laboratoires dans le cadre du GRECO traitement du signal.

Le réducteur étudié est composé de deux roues comportant respectivement 20 et 21 dents.

— L'arbre d'entraînement du réducteur sous test tourne à la vitesse de 1 000 trs/min, soit 16,67 Hz. Les fréquences de rotation des deux roues sont donc de l'ordre de 16,67 Hz et la fréquence d'engrènement de l'ordre de 330 Hz.

— Un enregistrement a été effectué chaque jour pendant 10 jours, la machine ayant tourné en permanence durant les dix jours.

— Chaque enregistrement comporte 15 000 points, soit à peu près 21 périodes de rotation.

— La fréquence d'échantillonnage est de 12 kHz.

— Au cours de l'expérimentation, l'engrenage de test passe de l'état de bon fonctionnement à celui d'engrenage détérioré.

Le problème est le suivant :

Les signaux étudiés présentent deux modulations dont les fréquences respectives sont très proches l'une de l'autre, puisque l'une des deux roues de l'engrenage comporte 20 dents et l'autre en comporte 21. La conséquence de ce fait est que ces deux modulations sont difficilement discernables, aussi bien en temps qu'en fréquence. Dans le signal temporel, leur superposition se traduit par des battements dont la période, de l'ordre de la durée du signal, est trop grande pour que ceux-ci soient perceptibles. Dans le spectre, la différence entre les deux fréquences est inférieure à la résolution qu'autorise la longueur du signal, et dans l'autocorrélation, ces modulations sont masquées par le phénomène d'engrènement, dont l'amplitude est beaucoup plus forte.

Nous verrons comment l'analyse par le cepstre permet non seulement de mettre en évidence la présence de deux modulations là où les autres méthodes n'en discernent qu'une, mais aussi de connaître leur fréquence avec une bonne précision, et d'avoir sur leur amplitude des renseignements précieux pour le diagnostic de l'engrenage.

Dans les deux paragraphes suivants nous détaillons la forme qu'ont les vibrations d'un engrenage et adoptons pour celles-ci un modèle simple, de façon à pouvoir expliciter de quelle façon l'analyse de cepstre met en valeur les modulations par rapport au signal d'engrènement.

1.2. SIGNAL D'ENGRÈNEMENT

Les vibrations d'un engrenage sont produites principalement par le choc entre les dents des deux roues qui le composent. Ce choc est affaibli au maximum par une optimisation de la forme des dents : une développante de cercle légèrement corrigée pour tenir compte de la déflexion sous la charge. Mais cette optimisation n'est valable que pour une charge donnée et de plus, l'usure détériore peu à peu cette forme. La vibration, appelée signal d'engrènement, est périodique, et sa fréquence est égale à la fréquence de rotation de l'une des deux roues, multipliée par le nombre de dents de cette roue.

On peut modéliser ce signal de la façon suivante :

$$r_e(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s_e(t - n \cdot \tau_e)$$

où τ_e est la période d'engrènement, et $s_e(t)$ est le signal produit par le passage d'une dent au point d'engrènement, de durée τ_e .

L'aspect de ce signal est donné dans l'article [1].

1.3. MODULATIONS

Le signal $s_e(t)$ est toujours modulé en amplitude et en fréquence par des signaux périodiques dont les fréquences sont les fréquences de rotation des deux roues ν_{r1} et ν_{r2} . Ces modulations peuvent être dues à un désalignement des axes, à un faux-rond, etc...

La caractéristique importante de ces modulations est qu'elles sont multiplicatives, et non additives. C'est pourquoi leur existence se traduit dans le spectre par une convolution avec les harmoniques d'engrènement, convolution qui étend la présence de ces modulations à la totalité du spectre.

C'est pourquoi nous modéliserons ces modulations par :

$$\left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} s_e(t - n\tau_e) \right) \left(1 + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} s_{r1}(t - m\tau_{r1}) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} s_{r2}(t - p\tau_{r2}) \right)$$

roue 1 roue 2

où $\tau_{r1} = \frac{1}{\nu_{r1}}$ est la période de rotation de l'une des deux

roues de l'engrenage, $\tau_{r2} = \frac{1}{\nu_{r2}}$ la période de rotation de

l'autre roue et $s_{r1}(t)$ et $s_{r2}(t)$ les modulations dues aux deux roues prises respectivement sur les durées τ_{r1} et τ_{r2} .

2. Spectre du signal ainsi modélisé. Limites de la représentation fréquentielle [2], [3], [4]

2.1. CARACTÉRISTIQUES DU SIGNAL TEMPOREL

Le signal temporel est donc modélisé de la façon suivante :

$$s(t) = \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} s_e(t - n\tau_e) \right) \cdot \left(1 + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} s_{r1}(t - m \cdot \tau_{r1}) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} s_{r2}(t - p \cdot \tau_{r2}) \right) \quad (1)$$

où τ_e est la période d'engrènement, τ_{r1} et τ_{r2} celles des modulations, $s_e(t)$ la valeur du signal d'engrènement sur la durée de passage d'une dent, (soit τ_e), et $s_{r1}(t)$ et $s_{r2}(t)$ la valeur des modulations sur la durée d'un tour de roue, (c'est-à-dire sur les durées τ_{r1} et τ_{r2}).

τ_e , τ_{r1} et τ_{r2} ont en outre la propriété suivante :

il existe deux entiers N_1 et N_2 tels que $\tau_{r1} = N_1 \cdot \tau_e$, où N_1 est le nombre de dents du premier engrenage et $\tau_{r2} = N_2 \cdot \tau_e$, où N_2 est le nombre de dents du second.

En effet, la fréquence d'engrènement est par définition un multiple entier de celles de rotation.

Les signaux de modulation $s_{r1}(t)$ et $s_{r2}(t)$ sont de faible énergie par rapport au signal d'engrènement $s_e(t)$.

2.2. SPECTRE DU SIGNAL

La transformée de Fourier de l'expression (1) est la somme de trois termes :

- Le premier a pour expression

$$S_e(\nu) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta \left(\nu - \frac{n}{\tau_e} \right) \quad (2)$$

où $S_e(\nu)$ est la représentation fréquentielle du signal d'engrènement.

Il s'agit donc d'une famille de raies périodique de période $f_e = 1/\tau_e$ et dont l'enveloppe est donnée par $S_e(\nu)$ (fig. 1).

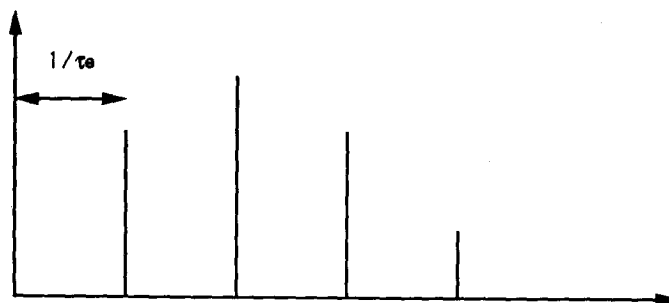


Figure 1. — Série de raies représentatives du phénomène d'engrènement.

- Les deux autres termes, dont l'expression est donnée par :

$$\left(S_e(\nu) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta \left(\nu - \frac{n}{\tau_e} \right) \right) * \left(S_{r1}(\nu) \cdot \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta \left(\nu - \frac{m}{\tau_{r1}} \right) \right) \quad (3)$$

(resp. s_{r2} , p et τ_{r2})

sont représentatifs des modulations. Ils se présentent sous forme de bandes latérales, c'est-à-dire de familles de raies réparties autour des harmoniques d'engrènement à des distances multiples de $\frac{1}{\tau_{r1}}$, (resp. $\frac{1}{\tau_{r2}}$) et ayant pour amplitude l'amplitude de $s_{r1}(\nu)$, (resp. $s_{r2}(\nu)$), pondérée par celle de l'harmonique d'engrènement considéré (fig. 2).

Il y a un certain recouvrement entre bandes latérales voisines, plus ou moins important selon la largeur de bande de $s_r(\nu)$, ce recouvrement est traduit par la sommation sur n .

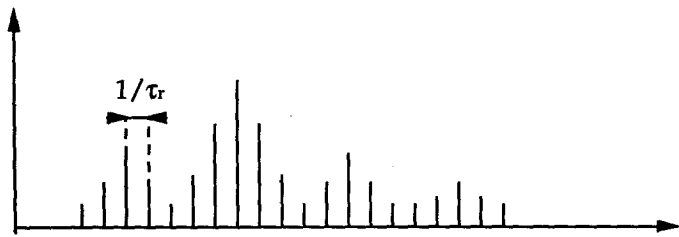


Figure 2. — Bandes latérales dues aux modulations.

Ces termes peuvent encore s'écrire :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} S_e\left(\frac{n}{\tau_e}\right) S_{r1}\left(\frac{m}{\tau_{r1}}\right) \delta\left(n - \frac{n}{\tau_e} - \frac{m}{\tau_{r1}}\right). \quad (4)$$

Or, les périodes τ_{r1} et τ_e sont proportionnelles : $\frac{N_1}{\tau_{r1}} = \frac{1}{\tau_e}$,

où N_1 est le nombre de dents de la roue concernée. Cette expression définit donc une famille de raies périodique de période $\frac{1}{\tau_{r1}}$ (resp. $\frac{1}{\tau_{r2}}$) et s'étendant sur la totalité du spectre.

Ce qui nous intéresse est de connaître avec exactitude la période de chacune des familles de raies produites par les modulations et l'importance relative de ces modulations dans le spectre.

2.3. LIMITES DE LA REPRÉSENTATION FRÉQUENTIELLE

La première limite est imposée par la discrétisation. Les bandes latérales produites par les modulations, étant convoluées avec les harmoniques d'engrènement, sont réparties autour des positions $\nu = \frac{n}{\tau_e}$, (n entier), de la façon suivante : leur raie centrale (composante continue de ces modulations), se superpose à la position $\nu = \frac{n}{\tau_e}$,

cependant que les raies d'ordre 1 et plus se répartissent autour de cette position à intervalles réguliers donnés par $\frac{p}{\tau_{r1}}$ pour l'une (p entier), et $\frac{p}{\tau_{r2}}$ pour l'autre.

Si les valeurs de ces deux positions sont proches, les raies en question tomberont dans le même canal, du fait de la discrétisation. Il sera donc impossible de séparer les deux familles de raies correspondant aux modulations à proximité des raies d'engrènement.

Le second problème est que pour les valeurs élevées de p , pour lesquelles les raies des deux familles ne se trouvent plus dans le même canal, l'amplitude de ces raies devient extrêmement faible par rapport au phénomène d'engrènement (cf. fig. 3).

Pour ces deux raisons, l'étude du spectre sur la durée du signal analysée ne peut donc conduire à une détermination précise de la fréquence et de l'amplitude des modulations. Cette conclusion sur l'incapacité du spectre à séparer les modulations sera illustrée sur le signal réel par la figure 9.

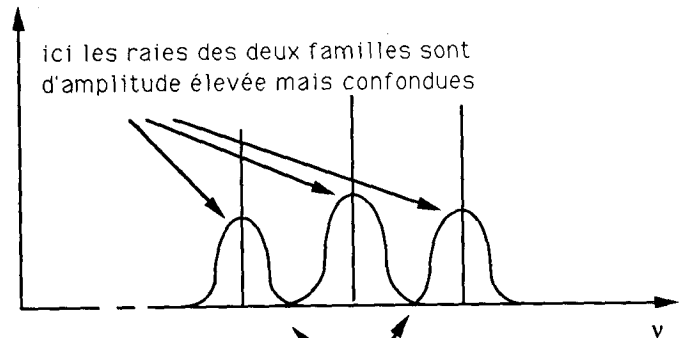


Figure 3. — Limites de l'analyse fréquentielle.

3. Analyse cepstrale. Définition du cepstre. Application au signal d'engrenage. Comparaison avec l'autocorrélation

3.1. DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS

Plusieurs définitions du cepstre de puissance ont été données dans la littérature. Celle qui a été retenue pour cette étude est la suivante :

$$C_x(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{\log_{10} F_{xx}(f)\}$$

où x est le signal étudié, $F_{xx}(f)$ désigne son spectre de puissance, soit le module au carré de sa transformée de Fourier, et \mathcal{F}^{-1} symbolise la transformée de Fourier inverse.

La variable τ est souvent appelée quéfrence, car l'aspect du cepstre est caractéristique des fluctuations du spectre comme l'aspect du spectre caractérise les fluctuations du signal temporel. Cependant cette variable a en fait la dimension du temps et comme notre but est de déterminer les périodes des modulations, c'est-à-dire des durées, nous appellerons τ le temps.

3.2. APPLICATION DE L'ANALYSE DE CEPSTRE AU SIGNAL D'ENGRÈNAGE

Effets du logarithme

Le logarithme a pour premier effet de diminuer l'importance relative de l'information liée à l'engrènement.

Inversement, l'amplitude des raies de modulation est rehaussée par le changement d'échelle, en particulier celle des raies situées à mi-distance entre deux harmoniques d'engrènement, dont on a vu que la résolution du spectre suffit à les séparer.

La conséquence de ce changement d'échelle est la suivante : on est en présence de deux familles de raies, car les

harmoniques d'engrènement n'ont plus l'amplitude considérable qui les distinguait des autres familles dans le spectre de puissance.

On peut donc considérer que le spectre logarithmique est de la forme :

$$c_e(\nu) \cdot \left(A_{r1}(\nu) \cdot \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\nu - \frac{m}{\tau_{r1}}\right) + A_{r2}(\nu) \cdot \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\nu - \frac{p}{\tau_{r2}}\right) \right)$$

où les sommations sur m et p traduisent la présence des séries de raies dues aux deux modulations et $c_e(\nu)$ représente les variations d'amplitude de ces familles de raies. Celles-ci, en effet, malgré le nivellement d'amplitude effectué par le logarithme, sont toujours d'amplitude plus élevée au voisinage des harmoniques d'engrènement.

Autrement dit, après l'application du logarithme au spectre de puissance, le phénomène d'engrènement ne se traduit plus sur ce spectre que par une modulation d'amplitude de période ν_e (fig. 4).

Remarque :

Si le spectre de puissance était réellement composé de familles de raies, il serait impossible d'en prendre le logarithme à cause des valeurs nulles apparaissant dans les autres canaux. Dans la pratique, le signal étant légèrement bruité, le spectre de puissance ne présente aucune valeur nulle.

Dans l'autocorrélation, qui est la transformée de Fourier inverse du spectre de puissance, la partie du signal liée à l'engrènement masque complètement l'information concernant les modulations. En effet, la famille des harmoniques d'engrènement, formulée par (2), est d'amplitude prépondérante dans le spectre (fig. 5).

L'intérêt du cepstre est justement de réduire l'importance relative de cette famille de raies par l'action du logarithme de sorte que ces raies d'engrènement ne se distinguent plus des familles de raies (3) dans le spectre logarithmique, et leur transformée de Fourier inverse ne masque pas celles de ces familles dans le cepstre.

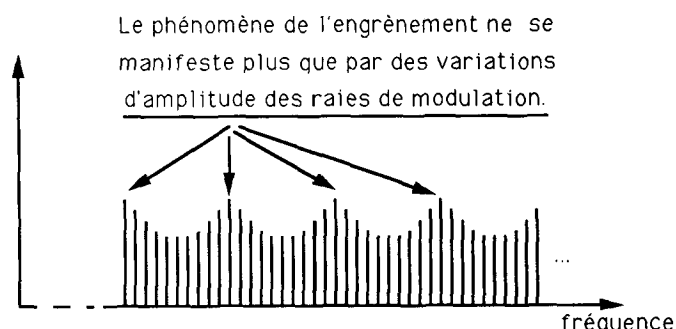


Figure 4. — Aspect du spectre logarithmique d'un signal présentant une seule modulation.

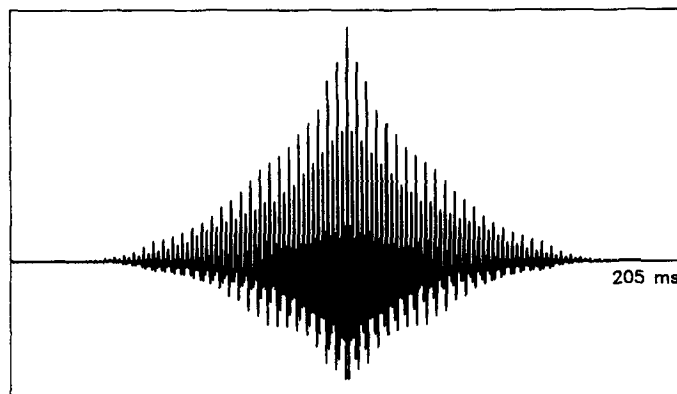


Figure 5. — Autocorrélation du signal enregistré le premier jour, calculée avec un fenêtrage (Hamming).

4. Application aux signaux réels

4.1. ASPECT DU SIGNAL ÉTUDIÉ

La figure 6 est une représentation temporelle du signal enregistré le premier jour de l'expérimentation. Celui-ci présente bien les caractéristiques décrites dans la première partie de l'article. On voit en effet apparaître deux phénomènes :

- une oscillation rapide correspondant aux vibrations produites par l'engrènement,
- un phénomène de modulation dont la période est environ 20 fois plus longue.

Il devrait en fait apparaître deux phénomènes de modulation, un pour chaque roue, mais comme elles tournent à des vitesses extrêmement proches, les modulations qu'elles produisent ne peuvent pas être distinguées l'une de l'autre sur le signal temporel.

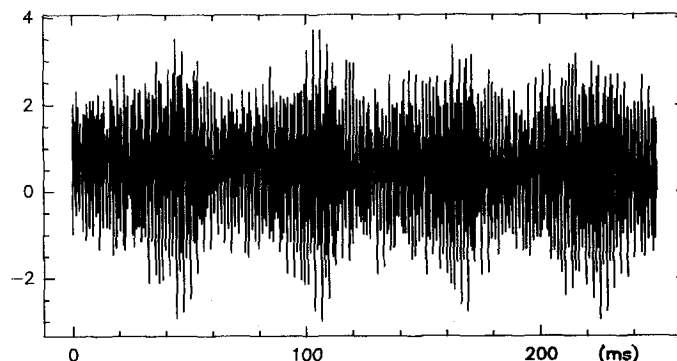


Figure 6. — Vibration enregistrée le premier jour. Visualisation de 4 périodes de rotation.

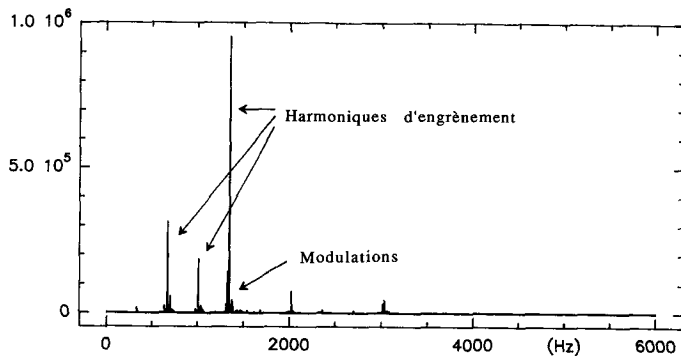


Figure 7. — Spectre de puissance du signal enregistré le premier jour. Calcul effectué sur 5 périodes de rotation.

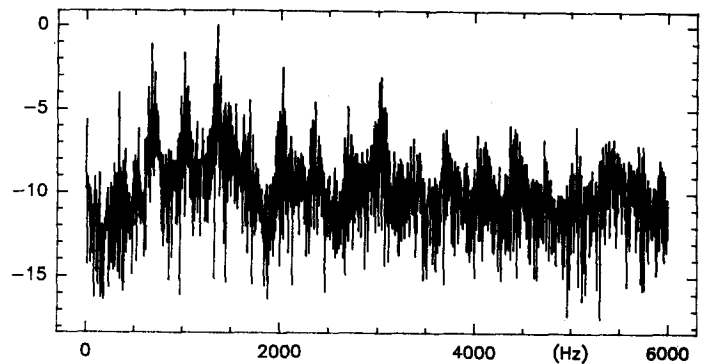


Figure 8. — Spectre logarithmique du signal. Calcul effectué sur 5 périodes de rotation.

Sur la figure 7 nous avons représenté le spectre de puissance de ce même signal. On distingue bien les harmoniques du signal d'engrènement, entourés chacun par les bandes latérales dues aux modulations.

Remarque : les harmoniques pairs du phénomène d'engrènement sont de plus forte amplitude que les harmoniques impairs. Ceci est dû aux vibrations du réducteur de bouclage, qui viennent s'ajouter à celles du réducteur étudié. Ce réducteur ayant une fréquence d'engrènement égale au double de celle du réducteur sous test, ses raies spectrales viennent se superposer aux harmoniques pairs des vibrations qui nous intéressent.

Il est intéressant de calculer la valeur numérique des fréquences de modulation pour avoir une idée de la résolution qu'il faudrait avoir en fréquence pour distinguer nettement les deux séries de bandes latérales correspondantes.

La différence entre les deux fréquences de modulation est égale à $\frac{1}{20} \cdot 16,67$ Hz, soit 0,83 Hz. Il faudrait donc pour

les distinguer une résolution de 0,83 Hz au moins, ce qui obligerait, compte tenu de la fréquence d'échantillonnage, à calculer le spectre sur au moins 16 384 points du signal temporel, c'est-à-dire sur une durée du signal supérieure à celle que nous possédons, d'autant plus que pour améliorer l'estimation du spectre, il faut pouvoir effectuer un moyennage de celui-ci sur plusieurs tranches du signal. Il est donc difficile de distinguer l'un de l'autre les effets des deux modulations.

D'autre part, distinguer les modulations l'une de l'autre n'est pas suffisant pour diagnostiquer l'état de l'engrenage. Il faut pouvoir quantifier l'importance relative de ces modulations, ce que permet le cepstre.

4.2. EFFET DU TRAITEMENT

Sur la figure 8 est représenté le spectre logarithmique du signal, sur lequel les modulations ont une importance presque équivalente à celle de l'engrènement.

Sur la figure 9, l'action du logarithme est mise en évidence sur une portion du spectre comprise entre deux harmoniques. Des lignes sont tracées aux emplacements calculés des raies latérales dues aux deux modulations. Dans les zones du spectre de puissance où l'information a une forte amplitude, c'est-à-dire dans les zones proches des harmoniques d'engrènement, les raies des deux modulations se confondent car elles sont trop proches pour que la résolution permette de les séparer, cependant qu'à mi-chemin entre deux harmoniques, là où ces modulations sont séparées, l'information a une si faible amplitude qu'il est difficile de rien distinguer. C'est le rôle du logarithme de donner à cette part de l'information une importance comparable à celle contenue dans les zones proches des raies d'engrènement.

Enfin, en figure 10 est présenté le cepstre de ce signal où les modulations sont clairement caractérisées par deux pics dont l'abscisse est leur période. Cette interprétation du cepstre est confirmée par la position des pics, qui corres-

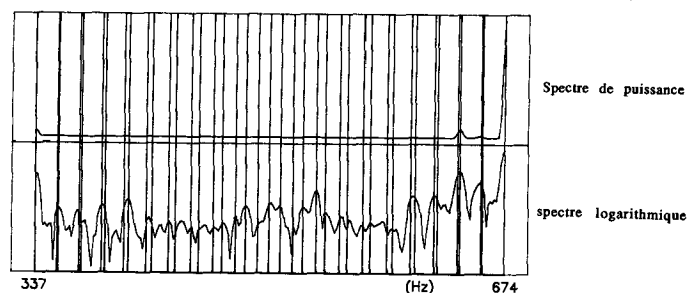


Figure 9. — Spectre de puissance et spectre logarithmique du signal enregistré le premier jour visualisés entre les premier et second harmoniques d'engrènement. Deux séries de lignes sont tracées aux positions que doivent avoir les bandes latérales dues aux modulations.

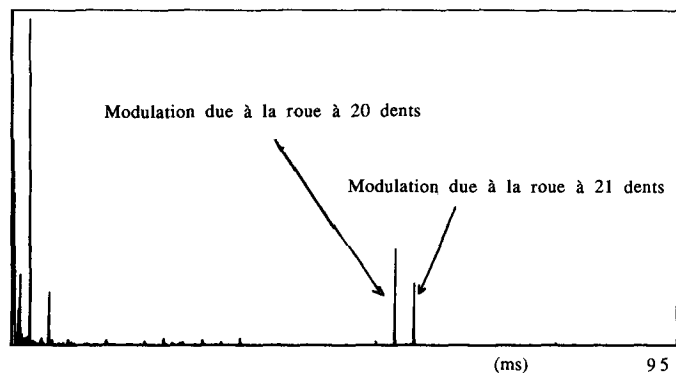


Figure 10. — Cepstre de puissance du signal enregistré le premier jour. Chaque calcul est effectué sur un quart de l'enregistrement, soit 5 périodes de rotation, ce qui permet de moyennner sur 4 réalisations afin d'améliorer l'estimation du spectre.

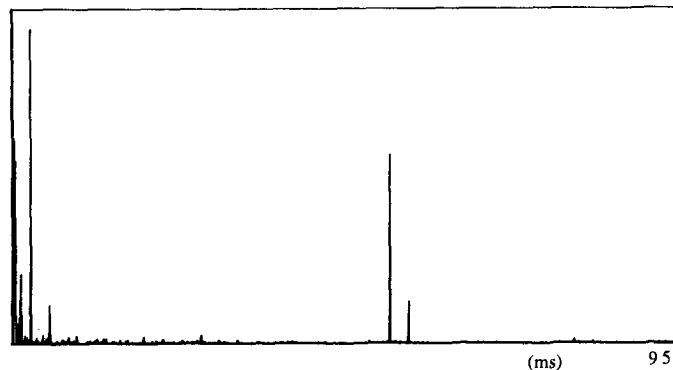


Figure 11. — Cepstre de puissance du signal enregistré le dixième jour. Chaque calcul est effectué sur un quart de l'enregistrement, soit 5 périodes de rotation, ce qui permet de moyennner sur 4 réalisations afin d'améliorer l'estimation du spectre.

pond bien aux périodes calculées des modulations, et surtout par le rapport entre ces deux positions, qui est égal à $\frac{21}{20}$.

Le tableau ci-dessous présente pour chaque jour de l'expérimentation la valeur du rapport entre les positions respectives des deux raies de modulation. Le dixième jour au soir, la raie correspondant à la roue à 21 dents a entièrement disparu.

Jour de l'enregistrement	Rapport entre les positions
1 ^{er} jour	1,050
2 ^e jour	1,049
3 ^e jour	1,050
4 ^e jour	1,049
5 ^e jour	1,049
6 ^e jour	1,049
7 ^e jour	1,049
8 ^e jour	1,050
9 ^e jour	1,050
10 ^e jour le matin	1,050
10 ^e jour le soir	—

Les renseignements que donne dans ce cas l'analyse de cepstre sont les suivants :

— Elle met en évidence la présence de deux modulations alors que sur le signal temporel et sur le spectre de celui-ci, il semble n'en exister qu'une.

— Elle permet de plus de mesurer avec une précision de τ_E (période d'échantillonnage, soit $1/12\ 000 = 8,33 \cdot 10^{-5}$ s) les périodes respectives de ces modulations.

— Les renseignements fournis par cette analyse peuvent être précieux pour le diagnostic de l'engrenage étudié. En effet, supposons qu'une des dents de l'une des roues de l'engrenage se détériore au cours de l'expérimentation.

Cette détérioration affectera la vibration enregistrée à chaque passage de la dent abîmée au lieu de la prise de charge, c'est-à-dire avec une fréquence égale à la fréquence de rotation de la roue concernée. Il est donc logique de supposer que dans le cepstre, l'amplitude de la raie associée à cette roue sera affectée par l'apparition du défaut.

Cette hypothèse se confirme lorsqu'on compare le cepstre calculé sur l'enregistrement effectué le dixième jour (fig. 11) à celui du premier jour (fig. 10). On voit que l'amplitude de la raie correspondant à la période la plus courte a augmenté au cours du temps, ce qui indiquerait que c'est la roue la plus rapide (celle à 20 dents) qui présente un défaut, et ceci correspond effectivement à la réalité.

On peut donc détecter sur le cepstre un changement dans la nature des vibrations, alors que le signal temporel, que montre la figure 12, ne présente pas encore de particularités caractéristiques de l'apparition d'un défaut.

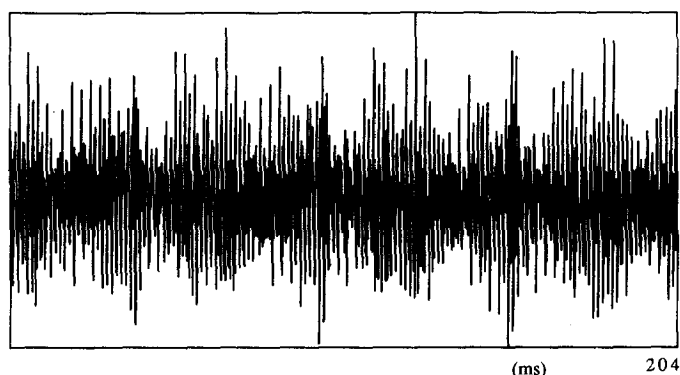


Figure 12. — Signal temporel enregistré le dixième jour. L'aspect de ce signal ne donne aucune indication sur le défaut.

4.3. RÉSOLUTION DU CEPSTRE

Il faut noter l'importance du rôle que joue la proportionnalité entre les fréquences d'engrènement et de modulations. Reprenons en effet l'expression (4) du spectre du signal, en nous limitant au cas d'une seule modulation pour simplifier l'écriture :

$$S(\nu) = S_e(\nu) \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\nu - \frac{n}{\tau_e}\right) + \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} S_e\left(\frac{p}{\tau_e}\right) \times S_r\left(\frac{m}{\tau_r}\right) \delta\left(\nu - \frac{p}{\tau_e} - \frac{m}{\tau_r}\right).$$

On a vu que le deuxième terme de cette expression définit une série de raies espacées de $\frac{1}{\tau_r}$ parce que τ_e et τ_r sont proportionnelles. Il s'agit donc de détecter un phénomène présentant une périodicité à la période $\frac{1}{\tau_r}$ et s'étendant sur tout le spectre.

Supposons maintenant que cette proportionnalité n'existe plus. Ce deuxième terme serait alors l'expression de plusieurs phénomènes présentant une périodicité de période $\frac{1}{\tau_r}$, mais de largeur de bande $\Delta\nu$ égale seulement à la largeur des bandes latérales, et non plus d'un seul phénomène, s'étendant sur tout le spectre, ce qui est illustré par la figure 13.

Ils seraient donc représentés dans le cepstre non plus par une série de raies mais par une série de raies convoluées avec un sinus cardinal dont le premier lobe aurait pour largeur $1/\Delta\nu$, durée très supérieure à la période d'échantillonnage. Aussi, pour peu que la fréquence des battements entre les modulations soit inférieure à $\Delta\nu$, l'information concernant ces deux modulations serait mélangée dans le cepstre.

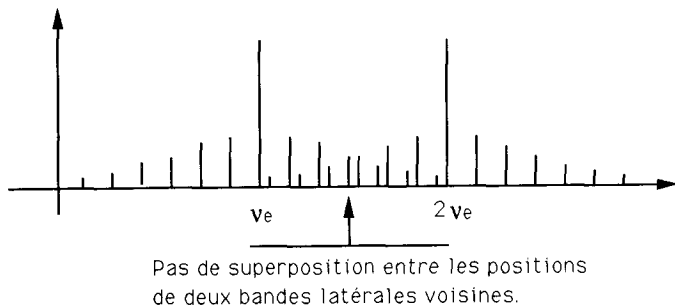


Figure 13. — Forme du spectre dans l'hypothèse où il n'y a aucun rapport de proportionnalité entre la période d'engrènement et celles des modulations.

Conclusion

L'analyse de cepstre s'avère être un complément important du spectre dans l'étude des vibrations d'engrenage. En effet l'état d'usure d'un réducteur est fortement lié aux phénomènes de modulation que présentent les vibrations de l'engrenage. Or, ces modulations sont de faible énergie par rapport au signal d'engrènement, ce qui rend leur détection difficile. Dans le spectre, leur présence se traduit par des séries de raies, mais la durée du signal étudié n'offre pas toujours une résolution suffisante en fréquence pour qu'on puisse séparer les différentes séries de raies et les attribuer aux phénomènes qui en sont la cause.

L'analyse de cepstre, classiquement utilisée pour la détection des modulations (Randall [1, 2]) a permis, dans le cas que présente cet article, de mettre en évidence la présence de deux modulations là où le spectre n'en montrait qu'une, et de déterminer avec précision la fréquence de ces modulations. L'exemple traité mettant particulièrement bien en relief l'efficacité du cepstre pour la séparation des modulations, du fait du faible rapport de réduction de l'engrenage étudié, nous avons utilisé cette application pour détailler l'effet du cepstre sur le signal et mettre en évidence le rôle de la proportionnalité entre les fréquences d'engrènement et de modulations dans la résolution du cepstre.

On montre aussi comment l'apparition d'un défaut sur la roue à 20 dents provoque une augmentation de l'amplitude de la raie correspondante dans le cepstre, alors que ce défaut ne se manifeste pas encore dans le signal temporel.

L'analyse de cepstre permet donc dans ce cas de détecter la présence d'un défaut et de déterminer quelle est la roue abîmée.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] R. B. RANDALL, A new method of modeling gear faults. *Journal of Mechanical Design*, April 1982, vol. 104, pp. 259-267.
- [2] R. B. RANDALL, Cepstrum analysis and gearbox fault diagnosis. Edition 2. *Bulletin technique*. Brüel and Kjaer application note, 1980, pp. 1-19.
- [3] A. V. OPPENHEIM, R. W. SCHAFER, T. G. STOCKHAM, Nonlinear filtering of multiplied and convolved signals. *IEEE transactions on audio and electroacoustics*, September 1968, vol. AU-16, n° 3, pp. 437-466.
- [4] J. C. BALLUET, Les opérateurs cepstres. Application à la séparation d'échos rapprochés. *Thèse de l'INPG*, 1979, pp. 1-125.
- [5] R. B. RANDALL, Applications de l'analyse cepstrale à l'interprétation des signaux acoustiques et vibratoires issus des machines. *Colloque GRETSI*, 1977, pp. 31.1 à 31.6.
- [6] B. P. BOGERT, M. J. R. HEALY, J. W. TUKEY, The frequency analysis of time series for echoes. *Proc. Symp. on the Time Series Analysis*, 1963, chap. 15, pp. 209-243.